

ÍNDICE

1. INTRODUÇÃO	11
1.1. Conjunto de pontos em $\mathbb{R}^n$	11
1.2. Distância em $\mathbb{R}^n$. Espaço métrico	14
1.3. Intervalos em $\mathbb{R}^n$	17
1.4. Noções topológicas	18
1.4.1. Vizinhança	18
1.4.2. Noções topológicas em $\mathbb{R}^n$	19
2. GENERALIDADES SOBRE FUNÇÕES DE DUAS OU MAIS VARIÁVEIS	24
2.1 Definição de funções de duas ou mais variáveis reais. Domínio de definição. Representação gráfica	24
2.2. Limites e continuidade	33
2.2.1. Limites	33
2.2.2. Continuidade	44
2.3. Derivação parcial de 1ª ordem	48
2.4. Teorema dos acréscimos finitos	52
2.4.1. Teorema de Lagrange	52
2.4.2. Teorema dos acréscimos finitos	53
3. DIFERENCIABILIDADE	57
3.1. Definição	57
3.2. Regra de derivação da função composta	64
3.3. Derivada dirigida	71
4. FUNÇÕES HOMOGÉNEAS	75

5. DERIVADAS E DIFERENCIAIS DE ORDEM SUPERIOR	80
5.1. Derivadas de ordem superior	80
5.1.1. Definições e generalidades	80
5.1.2. Mudança na ordem de derivação. Teoremas de Young e Schwartz	86
5.1.3. Derivada da função composta para ordens de derivação superiores à primeira	87
5.2. Diferenciais de ordem superior	89
6. DETERMINANTES FUNCIONAIS	97
6.1. Jacobiano	97
6.2. Hessiano	102
7. PLANO TANGENTE E RECTA NORMAL A UMA SUPERFÍCIE	107
7.1. Plano tangente	107
7.2. Recta normal	110
8. OPERADORES DIFERENCIAIS	113
8.1. Gradiente	113
8.2. Rotacional	113
8.3. Divergência	113
8.4. Laplaciano	114
9. INVERTIBILIDADE DE FUNÇÕES DEFINIDAS EM $\mathbb{R}^n$ COM VALORES EM $\mathbb{R}^m$	118
10. FUNÇÕES IMPLÍCITAS	129
11. DEPENDÊNCIA FUNCIONAL	145
11.1. Dependência linear de funções	145
11.2. A dependência funcional como generalização da dependência linear	148
11.3. Estudo da dependência funcional: generalização dos teoremas vistos a propósito da dependência linear	149

12. FÓRMULA DE TAYLOR	157
12.1. Fórmula de Taylor para funções reais de variável real	157
12.2. Série de Taylor para funções reais de variável real	159
12.3. Fórmula de Taylor para funções de mais de uma variável	159
13. EXTREMOS DE FUNÇÕES DE MAIS DE UMA VARIÁVEL	165
13.1. Definições e generalidades	165
13.2. Máximos e mínimos de funções de mais de uma variável em pontos interiores	170
13.3. Máximos e mínimos de funções definidas implicitamente	174
13.4. Extremos condicionados	189
13.4.1. Método de Lagrange ou dos multiplicadores indeterminados	190
13.4.2. Condições para a existência de máximos e mínimos em pontos de estacionariedade. O Hessiano orlado	195
EXERCÍCIOS PROPOSTOS	217