

## 19 PLANOS TANGENTES ÀS SUPERFÍCIES CÔNICA E CILÍNDRICA

<b>19.1 Plano tangente a uma superfície num ponto – noções gerais</b> .....	6
<b>19.2 Planos tangentes a uma superfície cônica</b> .....	6
19.2.1 Generalidades .....	6
19.2.2 Plano tangente a uma superfície cônica num ponto .....	8
• Superfícies cônicas com a diretriz contida num dos planos de projeção .....	8
• Superfícies cônicas com a diretriz contida num plano paralelo a um dos planos de projeção .....	10
• Exercícios .....	11
19.2.3 Planos tangentes a uma superfície cônica, passando por um ponto exterior .....	12
• Exercícios .....	14
19.2.4 Planos tangentes a uma superfície cônica, paralelos a uma reta dada .....	14
• Exercícios .....	17
<b>19.3 Planos tangentes a uma superfície cilíndrica</b> .....	17
19.3.1 Generalidades .....	17
19.3.2 Plano tangente a uma superfície cilíndrica num ponto .....	19
• Superfícies cilíndricas com a diretriz contida num dos planos de projeção .....	19
• Superfícies cilíndricas com a diretriz contida num plano paralelo a um dos planos de projeção .....	21
• Exercícios .....	22
19.3.3 Planos tangentes a uma superfície cilíndrica, passando por um ponto exterior .....	22
• Exercícios .....	25
19.3.4 Planos tangentes a uma superfície cilíndrica, paralelos a uma reta dada .....	25
• Exercícios .....	28
• Exercícios Globais .....	28

## 20 SECÇÕES PLANAS

<b>20.1 Secções planas em poliedros</b> .....	30
20.1.1 Generalidades .....	30
20.1.2 Secções planas produzidas por planos paralelos aos planos das bases .....	31
• Pirâmides e tetraedro .....	31
• Pirâmides com bases horizontais (de nível) ou frontais (de frentes) .....	31
• Pirâmides com bases verticais, de topo ou de perfil .....	32
• Pirâmides com arestas de perfil .....	33
• Prismas e cubo .....	34
• Prismas com bases frontais (de frente) ou horizontais (de nível) .....	35
• Prismas com bases de perfil, verticais ou de topo .....	36
• Exercícios .....	37
20.1.3 Secções planas produzidas por planos não paralelos aos planos das bases .....	37
20.1.3.1 Secções planas produzidas por planos projetantes .....	37
• Pirâmides .....	37
• Primeira situação – o plano secante é projetante frontal .....	38

• Segunda situação – o plano secante é projetante frontal .....	38
• Terceira situação – o plano secante é projetante horizontal .....	39
• Prismas .....	39
• Primeira situação – o plano secante é projetante horizontal .....	40
• Segunda situação – o plano secante é projetante horizontal .....	40
• Terceira situação – o plano secante é projetante frontal .....	41
• Exercícios .....	41
20.1.3.2 Secções planas produzidas por planos não projetantes .....	42
• Pirâmides .....	42
• Recurso ao método misto .....	43
• Recurso a uma mudança do diedro de projeção .....	46
• Prismas .....	48
• Recurso a uma mudança do diedro de projeção .....	51
• Exercícios .....	52
20.1.4 Pontos «problemáticos» na determinação de uma secção plana .....	53
• Método do rebatimento .....	54
• Método dos planos paralelos à base .....	54
• Exercícios .....	55
<b>20.2 Secções planas em cones</b> .....	55
20.2.1 Generalidades – diferentes tipos de secções cônicas .....	55
• Planos secantes contendo o vértice do cone .....	56
• Planos secantes não contendo o vértice do cone .....	56
20.2.2 Processo para a identificação da figura da secção produzida num cone .....	58
• Exercícios .....	59
20.2.3 Secções planas produzidas em cones por planos projetantes .....	59
• Circunferência .....	60
• Triângulo .....	61
• Elipse .....	61
• Método das geratrizes .....	62
• Método dos planos paralelos à base .....	63
• Parábola .....	67
• Hipérbole .....	69
• Exercícios .....	74
<b>20.3 Secções planas em cilindros</b> .....	74
20.3.1 Generalidades – diferentes tipos de secções cilíndricas .....	74
• Planos secantes paralelos ao eixo do cilindro .....	75
• Planos secantes não paralelos ao eixo do cilindro .....	75
20.3.2 Processo para a identificação da figura da secção produzida num cilindro .....	76
• Exercícios .....	77
20.3.3 Secções planas produzidas em cilindros por planos projetantes .....	77
• Circunferência .....	78
• Paralelograma .....	79
• Elipse .....	80
• Método dos planos paralelos à base .....	83
• Método das geratrizes .....	84
• Exercícios .....	85

<b>20.4 Seções planas em esferas</b> .....	85	<b>21.3 Sombra própria e sombra projetada nos planos de projeção de figuras planas</b> .....	116
20.4.1 Generalidades .....	85	21.3.1 Generalidades .....	116
20.4.2 Seções planas produzidas em esferas por planos projetantes .....	86	• Noções gerais .....	116
• Planos secantes paralelos aos planos de projeção .....	86	• Plano luz / sombra passante .....	116
• Planos secantes não paralelos aos planos de projeção .....	87	• Direção luminosa .....	117
• Método dos planos paralelos aos planos de projeção .....	88	• Foco luminoso .....	118
• Método do rebatimento do plano secante .....	89	• Processo para a identificação da sombra própria numa figura plana .....	118
• Exercícios .....	90	• Noções gerais sobre o traçado e o grafismo em sombras .....	119
• Exercícios Globais .....	90	<b>21.3.2 Figuras planas contidas em planos paralelos a um dos planos de projeção</b> .....	120
<b>21 SOMBRAS</b>		• Polígonos .....	121
<b>21.1 Generalidades</b> .....	92	• Círculo .....	123
21.1.1 Noções gerais .....	92	• Exercícios .....	128
• As sombras na realidade envolvente .....	92	<b>21.3.3 Figuras planas contidas em planos não paralelos aos planos de projeção</b> .....	129
• As sombras em Geometria Descritiva – Teoria das Sombras .....	92	• Polígonos .....	129
• Definições e conceitos .....	93	• Círculo .....	131
<b>21.1.2 Situações luminosas</b> .....	94	• Exercícios .....	132
21.1.2.1 Fonte luminosa .....	94	<b>21.4 Sombra própria e sombra projetada de sólidos</b> .....	133
• Fonte luminosa .....	94	21.4.1 Generalidades .....	133
• Foco luminoso .....	94	21.4.1.1 Noções gerais .....	133
• Direção luminosa .....	94	• Sombra própria e sombra projetada .....	133
<b>21.1.2.2 Direção luminosa convencional</b> .....	95	• Linha separatriz luz / sombra .....	133
• Definição .....	95	<b>21.4.1.2 Planos tangentes luz / sombra</b> .....	134
• Verdadeira grandeza do ângulo que a direção convencional da luz faz com os planos de projeção .....	95	• Cones e pirâmides .....	135
<b>21.1.3 Noção de sombra projetada, sombra própria e sombra espacial</b> .....	96	• Cilindros e prismas .....	137
• Sombra projetada (ou sombra produzida) .....	96	<b>21.4.2 Sombra própria e sombra projetada de poliedros com bases horizontais (de nível) ou frontais (de frente)</b> .....	140
• Sombra própria .....	97	21.4.2.1 Pirâmides .....	140
• Sombra espacial .....	97	• Foco Luminoso .....	140
<b>21.1.4 Noção de sombra real e sombra virtual de um ponto</b> .....	98	• Direção Luminosa .....	141
• Sombra real de um ponto .....	98	• Exercícios .....	142
• Sombra virtual de um ponto .....	98	<b>21.4.2.2 Prismas</b> .....	142
<b>21.2 Sombra projetada de pontos, segmentos de reta e retas nos planos de projeção</b> .....	99	• Foco luminoso .....	142
21.2.1 Sombra projetada de pontos .....	99	• Direção luminosa .....	144
• Exercícios .....	102	• Exercícios .....	145
<b>21.2.2 Sombra projetada de segmentos de reta</b> .....	103	<b>21.4.3 Sombra própria e sombra projetada de cones e cilindros com bases horizontais (de nível) ou frontais (de frente)</b> .....	146
• Sombra projetada de um segmento de reta no Plano Frontal de Projeção .....	103	21.4.3.1 Cones .....	146
• Sombra projetada de um segmento de reta no Plano Frontal de Projeção .....	105	• Foco luminoso .....	146
• Sombra real de um segmento de reta / / Noção de ponto de quebra .....	106	• Direção luminosa .....	147
• Sombra de um segmento de reta paralelo a um dos planos de projeção .....	108	• Exercícios .....	150
• Exercícios .....	110	<b>21.4.3.2 Cilindros</b> .....	150
<b>21.2.3 Sombra projetada de retas</b> .....	110	• Foco luminoso .....	150
• Sombra de uma reta oblíqua aos planos de projeção .....	111	• Direção luminosa .....	152
• Sombra de uma reta paralela a um dos planos de projeção .....	112	• Exercícios .....	154
• Entendimento espacial da sombra de retas .....	113	<b>21.4.3.3 Situações particulares da sombra de cones</b> .....	154
• Exercícios .....	115	• O ângulo das geratrizes com o plano da base é maior do que o ângulo que a direção luminosa faz com o plano da base .....	155
		• O ângulo das geratrizes com o plano da base é igual ao ângulo que a direção luminosa faz com o plano da base .....	156

• O ângulo das geratrizes com o plano da base é inferior ao ângulo que a direção luminosa faz com o plano da base .....	157
• <u>Exercícios</u> .....	158
<b>21.4.4 Sombra de sólidos com bases de perfil</b> .....	158
• Pirâmides .....	158
• Prismas .....	160
• <u>Exercícios</u> .....	162
• <u>Exercícios Globais</u> .....	162

## PARTE 4 REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA

### 22 INTRODUÇÃO

<b>22.1 Generalidades / Caracterização</b> .....	164
• Noções gerais .....	164
• Fundamentos da representação axonométrica .....	166
• Axonometria Ortogonal .....	168
• Axonometria Oblíqua (ou Clinogonal) .....	171
• Considerações finais .....	172
<b>22.2 Aplicações</b> .....	173

### 23 AXONOMETRIAS ORTOGONAIS: ISOMETRIA, DIMETRIA E TRIMETRIA

<b>23.1 Generalidades</b> .....	176
• Noções gerais .....	176
• O triângulo fundamental e a pirâmide axonométrica / Noção de plano projetante de um eixo .....	177
• As axonometrias ortogonais .....	179
• Perspetiva isométrica (ou axonometria isométrica) .....	181
• Perspetiva dimétrica (ou axonometria dimétrica) .....	182
• Perspetiva trimétrica ou anisométrica (ou axonometria trimétrica) .....	182
• Representação (perspetiva) de um ponto numa axonometria ortogonal .....	183
<b>23.2 Determinação das escalas axonométricas</b> .....	186
<b>23.2.1 Os coeficientes de redução predefinidos</b> .....	186
<b>23.2.2 Rebatimento dos planos projetantes dos eixos</b> .....	188
• Noções gerais .....	188
• Isometria (ou perspetiva isométrica) .....	190
• Dimetria (ou perspetiva dimétrica) .....	193
• Trimetria (ou perspetiva anisométrica) .....	198
• Representação da escala axonométrica .....	202
• <u>Exercícios</u> .....	204
<b>23.2.3 Rebatimento dos planos coordenados (planos definidos por um par de eixos)</b> .....	204
• Noções gerais .....	204
• Isometria (ou perspetiva isométrica) .....	205
• Dimetria (ou perspetiva dimétrica) .....	208
• Trimetria (ou perspetiva anisométrica) .....	211
• <u>Exercícios</u> .....	215
<b>23.2.4 Método dos cortes</b> .....	215
• Noções gerais .....	215
• Isometria (ou perspetiva isométrica) .....	216
• Dimetria (ou perspetiva dimétrica) .....	220
• Trimetria (ou perspetiva anisométrica) .....	222
• <u>Exercícios</u> .....	225
<b>23.3 Axonometrias ortogonais normalizadas</b> .....	225
• Generalidades .....	225
• Perspetiva isométrica .....	225
• Perspetiva dimétrica .....	226

• Perspetiva trimétrica (ou anisométrica) .....	227
• Considerações finais .....	227
• <u>Exercícios</u> .....	228
• <u>Exercícios Globais</u> .....	228

### 24 AXONOMETRIAS CLINOGONAIS (OU OBLÍQUAS): CAVALEIRA E PLANOMÉTRICA

<b>24.1 Generalidades</b> .....	230
• Noções gerais .....	230
• Direção e inclinação das retas projetantes .....	231
• As axonometrias oblíquas (clinogonais) .....	233
• Influência da direção e da inclinação das retas projetantes na representação de um dado objeto .....	235
• Representação (perspetiva) de um ponto numa axonometria clinogonal .....	235
<b>24.2 Determinação das escalas axonométricas</b> .....	237
<b>24.2.1 Perspetiva cavaleira</b> .....	238
• <u>Exercícios</u> .....	240
<b>24.2.2 Perspetiva planométrica (ou militar)</b> .....	241
• <u>Exercícios</u> .....	243
<b>24.2.3 Direção de afinidade</b> .....	244
• Perspetiva cavaleira .....	245
• Perspetiva militar (planométrica) .....	247
• <u>Exercícios</u> .....	249
<b>24.3 Axonometrias oblíquas normalizadas</b> .....	249
• Generalidades .....	249
• Perspetiva cavaleira .....	249
• Perspetiva planométrica (ou militar) .....	250
• <u>Exercícios</u> .....	250
• <u>Exercícios Globais</u> .....	250

### 25 REPRESENTAÇÃO AXONOMÉTRICA DE FORMAS BI E TRIDIMENSIONAIS

<b>25.1 Generalidades</b> .....	252
<b>25.2 Axonometrias ortogonais</b> .....	252
<b>25.2.1 Perspetiva isométrica</b> .....	252
• Representação de formas bidimensionais .....	252
• Representação de formas tridimensionais .....	257
• <u>Exercícios</u> .....	259
<b>25.2.2 Perspetiva dimétrica</b> .....	259
• Representação de formas bidimensionais .....	259
• Representação de formas tridimensionais .....	262
• <u>Exercícios</u> .....	264
<b>25.2.3 Perspetiva trimétrica (ou anisométrica)</b> .....	264
• Representação de formas bidimensionais .....	264
• Representação de formas tridimensionais .....	266
• <u>Exercícios</u> .....	268
<b>25.3 Axonometrias clinogonais</b> .....	268
<b>25.3.1 Perspetiva cavaleira</b> .....	268
• Representação de formas bidimensionais .....	268
• Representação de formas tridimensionais .....	271
• <u>Exercícios</u> .....	274
<b>25.3.2 Perspetiva planométrica (ou militar)</b> .....	275
• Representação de formas bidimensionais .....	275
• Representação de formas tridimensionais .....	277
• <u>Exercícios</u> .....	280
• <u>Exercícios Globais</u> .....	280
• <b>Bibliografia</b> .....	