

PARTE 1 CONCEITOS GERAIS

1 CONCEITOS GERAIS RELATIVOS À GEOMETRIA

1.1 Ponto, reta, segmento de reta e plano	8
1.1.1 Ponto	8
• O ponto como elemento visual	8
• O ponto como elemento geométrico	8
1.1.2 Reta	8
• Reta	8
• Direção de uma reta	9
• Definir uma reta	9
1.1.3 Posição relativa de duas retas	10
• Retas coplanares	10
• Retas concorrentes	10
• Retas paralelas	10
• Retas não coplanares – retas enviesadas	11
1.1.4 Segmentos de reta	11
• Segmento de reta	11
• Mediatriz de um segmento de reta	12
• Plano mediador de um segmento de reta	13
1.1.5 Plano	13
• Plano	13
• Orientação de um plano	13
1.1.6 Reta pertencente a um plano	14
1.2 Ângulos	15
1.2.1 Ângulo e bissetriz de um ângulo	15
• Ângulo	15
• Bissetriz de um ângulo	15
1.2.2 Diedro e plano bissetor de um diedro	15
• Diedro	15
• Retilíneo de um diedro	15
• Plano bissetor de um diedro	16
1.3 Paralelismo	16
1.3.1 Paralelismo entre retas e planos	16
• Reta paralela a um plano	16
• Reta concorrente com um plano	17
1.3.2 Paralelismo entre planos	15
• Planos paralelos	17
• Planos secantes	18
1.4 Perpendicularidade	18
1.4.1 Retas perpendiculares e retas ortogonais	18
1.4.2 Perpendicularidade (ortogonalidade) entre retas e planos	19
1.4.3 Perpendicularidade (ortogonalidade) entre planos	20
1.5 Figuras planas	21
1.5.1 Circunferência e círculo	21
1.5.2 Polígonos	21
1.6 Superfícies	23
• Noção de superfície	23
• Geratriz e diretriz	23
• Superfícies regradas e superfícies não regradas	23
• Superfícies planificáveis e superfícies empenadas (abauladas)	24

• Superfícies cônicas, cilíndricas, piramidais e prismáticas	24
• Superfícies de revolução	26
• Superfícies regradas de revolução	26
• Superfícies não regradas de revolução	27

1.7 Sólidos	28
1.7.1 Distinção entre superfície e sólido	28
1.7.2 Noção de contorno aparente e noção de invisibilidade	29
1.7.3 Poliedros	30
• Generalidades	30
• Poliedros regulares	30
• Poliedros irregulares	31
• Pirâmides	31
• Prismas	32
1.7.4 Cones e cilindros	32
• Cones	32
• Cilindros	33
1.7.5 Esfera	34
• Círculo máximo de uma esfera	34
1.7.6 Seções planas em sólidos e truncagem	35
1.8 Equipamentos e normalizações	36
1.8.1 Equipamentos	36
• Suportes	37
• Riscadores	37
• Material de precisão	38
1.8.2 Normalizações	38
1.8.3 Convenções e regras gerais do traçado em Geometria Descritiva	42
• Traçado e expressividade	40
• Nomenclaturas	41
• Glossário	42

PARTE 2 INTRODUÇÃO À GEOMETRIA DESCRITIVA

2 INTRODUÇÃO

2.1 Generalidades – objeto e finalidade da Geometria Descritiva	44
2.1.1 Noções gerais	44
• A disciplina de Geometria Descritiva – objeto e finalidade	44
• Resenha histórica	45
2.1.2 Noção de referencial – referenciais	46
• Noção de referencial	46
• Referenciais	46
• Referencial a 1 dimensão	46
• Referencial a 2 dimensões	46
• Referencial a 3 dimensões	47
2.2 Organização do Espaço I	47
2.2.1 O referencial em Geometria Descritiva	47
2.2.2 Coordenadas de um ponto em Geometria Descritiva	49
2.2.3 Localização de pontos no espaço através das suas coordenadas	49
• Variação do sinal das coordenadas de um ponto	49
• Afastamento	49

• Cota	49
• Abcissa	49
• Exercícios	52
2.3 Organização do Espaço II	52
2.3.1 Os planos bissetores $\beta_{1/3}$ e $\beta_{2/4}$ – divisão do espaço em Octantes	52
2.3.2 Localização de pontos no espaço através das suas coordenadas	53
• Exercícios	54

3 PROJEÇÕES

3.1 Noção de projeção – definições e conceitos	56
• Projeção	56
• Centro de projeção, reta projetante e plano de projeção	56
• Projeção de um ponto	57
• Projeção de uma figura	57
3.2 Sistemas de projecção	57
• Sistema de projecção	57
• Sistema de Projeção Cónica ou Central	58
• Sistema de Projeção Paralela ou Cilíndrica	58
• Síntese	58
• Desdobramento do Sistema de Projeção Paralela ou Cilíndrica	58
• Sistema de Projeção Ortogonal	58
• Sistema de Projeção Oblíqua (ou Clinogonal)	58
• Síntese	59
• Exercícios	59
3.3 Métodos e sistemas de representação	60
3.3.1 Generalidades	60
3.3.2 Método das Projeções Cotadas	62
3.3.3 Método da Dupla Projeção Ortogonal ou Projeção Diédrica (Sistema de Monge)	63
3.3.4 Método da Múltipla Projeção Ortogonal	64
• Tripla Projeção Ortogonal (ou Projeção Triédrica)	64
• Método das Vistas (ou Projeção Hexaédrica)	64
3.3.5 Sistema Axonométrico (ou Perspetivas Axonométricas)	65
• Projeção Oblíqua	66
• Projeção Ortogonal	67
3.3.6 Perspetiva Cónica	68
3.3.7 Síntese	69
3.3.8 Aplicação prática dos diferentes métodos de representação	70
• Projeções Cotadas	70
• Múltipla Projeção Ortogonal	70
• Perspetivas axonométricas	70
• Perspetiva cónica	70
• Exercícios	72

PARTE 3 DUPLA PROJEÇÃO ORTOGONAL - REPRESENTAÇÃO DIÉDRICA

4 REPRESENTAÇÃO DO PONTO E DA RETA

4.1 Projeções de um ponto	74
• Noções gerais	74
• Projeção frontal e projeção horizontal de um ponto	74

• Redução da tridimensionalidade à bidimensionalidade – rebatimento do Plano Frontal de Projeção sobre o Plano Horizontal de Projeção	76
• Atividade	76
4.2 Alfabeto do ponto	77
• Pontos situados nos <i>Diedros</i>	78
• Exercícios	80
• Pontos situados nos planos	80
• Pontos situados no Plano Horizontal de Projeção	80
• Pontos situados no Plano Frontal de Projeção	82
• Pontos situados no eixo X	83
• Pontos situados no $\beta_{1/3}$	84
• Pontos situados no $\beta_{2/4}$	84
• Exercícios	84
• Projeções de um ponto sendo dada a sua abcissa	85
• Exercícios	86
• Projeção de pontos situados na mesma reta projetante	86
• Exercícios	88
• Projeção de pontos simétricos em relação aos planos de projeção	88
• Exercícios	89
4.3 Representação da reta	90
• Projeções de uma reta	90
• Condição para que um ponto pertença a uma reta	92
• Projeções de pontos pertencentes a uma reta	92
• Exercícios	93
• Pontos notáveis de uma reta	94
• Pontos de interseção de uma reta com os planos de projeção	94
• Pontos de interseção de uma reta com os planos bissetores	96
• Síntese	98
• Exercícios	98
• Percurso de uma reta no espaço	98
• Visibilidades e invisibilidades de uma reta na sua representação	100
• Exercícios	100
4.4 Posição relativa de duas retas no espaço	101
• Retas complanares	101
• Retas concorrentes	101
• Retas paralelas	102
• Retas não complanares – retas enviesadas	102
• Exercícios	103
4.5 Alfabeto da reta	104
• Retas paralelas aos planos de projeção	104
• Retas paralelas ao Plano Horizontal de Projeção	104
• Reta horizontal (ou de nível)	104
• Reta de topo ou reta projetante frontal	105
• Reta fronto-horizontal	107
• Retas paralelas ao Plano Frontal de Projeção	108
• Reta frontal (ou de frente)	108
• Reta vertical ou reta projetante horizontal	109
• Reta fronto-horizontal	111
• Retas oblíquas aos planos de projeção	111
• Reta oblíqua	112
• Reta de perfil	112
• Reta passante	115
• Síntese	116
• Exercícios	116

• Projeção de retas situadas nos planos de projeção	117
• Retas situadas no Plano Horizontal de Projeção	117
• Retas situadas no Plano Frontal de Projeção	118
• Projeção de retas situadas nos planos bissetores	118
• Retas situadas no $\beta_{1/3}$	118
• Retas situadas no $\beta_{2/4}$	118
• Exercícios	119
4.6 Projeção de segmentos de reta	119
• Noções gerais	119
• Primeira noção de verdadeira grandeza em projeções	120
• Projeção de segmentos de reta em função das suas verdadeiras grandezas	122
• Exercícios	124
• Projeção de figuras com base nas verdadeiras grandezas dos seus lados	124
• Exercícios	126
• Exercícios Globais	126
5 REPRESENTAÇÃO DO PLANO	
5.1 Planos – generalidades	128
• Noções gerais	128
• Representação de planos em Geometria Descritiva	129
5.2 Planos definidos por duas retas	129
• Planos definidos por duas retas	129
• Projeção de retas pertencentes a planos definidos por duas retas	129
• Projeção de retas pertencentes a planos com o recurso a retas auxiliares do plano	132
• Exercícios	133
• Retas e direções particulares de um plano	134
• Retas horizontais (de nível) de um plano	134
• Retas frontais (de frente) de um plano	135
• Exercícios	136
• Projeção de pontos pertencentes a planos	136
• Condição para que um ponto pertença a um plano	136
• Projeção de pontos pertencentes a planos, sendo dadas as suas coordenadas	137
• Exercícios	139
• Retas notáveis de um plano	139
• Retas de interseção de um plano com os planos bissetores	139
• Reta de interseção de um plano com o $\beta_{2/4}$	139
• Reta de interseção de um plano com o $\beta_{1/3}$	140
• Retas de interseção de um plano com os planos de projeção	141
• Reta de interseção de um plano com o Plano Frontal de Projeção	141
• Reta de interseção de um plano com o Plano Horizontal de Projeção	142
• Exercícios	143
• Planos definidos por três pontos não colineares	143
• Planos definidos por uma reta e um ponto exterior à reta	143
• Exercícios	146
5.3 Planos definidos pelos seus traços	146
• Traços de um plano	146
• Exercícios	150

• Projeção de retas pertencentes a planos definidos pelos seus traços	150
• Exercícios	152
• Retas e direções particulares de um plano	152
• Retas horizontais (de nível) de um plano	153
• Retas frontais (de frente) de um plano	154
• Exercícios	155
• Reta de maior declive de um plano	156
• Reta de maior inclinação de um plano	157
• Planos definidos por uma das suas retas de maior declive ou de maior inclinação	159
• Projeção de pontos pertencentes a planos definidos pelos seus traços	160
• Exercícios	160
• Exercícios	161
5.4 Alfabeto do plano	161
• Planos oblíquos aos planos de projeção	161
• Plano oblíquo	161
• Plano de rampa	162
• Plano passante	163
• Planos ortogonais aos planos de projeção (planos projetantes)	165
• Noção de plano projetante	165
• Planos projetantes horizontais	167
• Plano vertical	167
• Plano frontal (ou de frente)	168
• Plano de perfil	169
• Planos projetantes frontais	170
• Plano de topo	170
• Plano horizontal (ou plano de nível)	171
• Plano de perfil	172
• Síntese	173
• Quadro-resumo das relações entre os planos estudados e o tipo de retas que podem conter	173
• Projeção de retas e pontos pertencentes a planos de rampa	174
• Projeção de retas e pontos pertencentes a planos passantes	175
• Projeção de retas e pontos pertencentes a planos projetantes	176
• Exercícios	178
• Planos passando por retas dadas	179
• Planos passando por pontos dados	180
• Exercícios	182
• Classificação de planos	183
• Exercícios	184
• Exercícios Globais	184

6 REPRESENTAÇÃO DE FIGURAS PLANAS I

6.1 Projeção de figuras planas contidas em planos horizontais (de nível) ou frontais (de frente)	186
• Exercícios	188
6.2 Projeção de figuras sobrepostas – noção de sobreposição e de invisibilidade	189
• Exercícios	190
6.3 Projeção de algumas figuras planas contidas em planos projetantes não paralelos aos planos de projeção	191
• Projeção de figuras planas contidas em planos verticais ou de topo	191

• Cones oblíquos	257
• Cilindros oblíquos	259
• Exercícios	260
8.3.2 Representação de linhas e pontos pertencentes à superfície de cones e cilindros	261
• Projeção de linhas contidas na superfície de cones e cilindros	261
• Projeção de pontos pertencentes à superfície de cones e cilindros	264
• Exercícios	265
8.4 Esfera	266
• Representação da esfera	266
• Projeção de linhas e pontos pertencentes a uma superfície esférica	267
• Exercícios	269
• Exercícios Globais	270
9 PROCESSOS GEOMÉTRICOS AUXILIARES	
9.1 Generalidades	272
9.2 Mudança do diedro de projecção	275
9.2.1 Generalidades	275
9.2.2 Transformação das projeções de pontos, segmentos de reta e retas	276
• Transformação de um segmento de reta oblíquo num segmento horizontal (de nível)	276
• Transformação de um segmento de reta oblíquo num segmento frontal (de frente)	278
• Transformação de uma reta horizontal (de nível) numa reta de topo	280
• Reta de perfil	281
• Projeção de pontos pertencentes a uma reta de perfil (pela mudança do diedro de projecção)	281
• Exercícios	282
9.2.3 Transformação dos elementos definidores do plano	283
• Transformação de um plano vertical num plano frontal (de frente)	283
• Transformação de um plano de topo num plano horizontal (de nível)	284
• Exercícios	285
9.3 Rotações	285
9.3.1 Generalidades	285
9.3.2 Rotação de pontos, segmentos de reta e retas	286
• Rotação de segmentos de reta	287
• Rotação de retas	288
• Determinação da verdadeira grandeza de segmentos de reta	292
• Exercícios	294
9.3.3 Rotação de planos projetantes	294
• Exercícios	296
9.4 Rebatimentos	297
9.4.1 Generalidades	297
9.4.2 Rebatimento de planos verticais ou de topo	298
• Rebatimento de planos verticais para o Plano Frontal de Projeção	298
• Rebatimento de planos verticais para um plano frontal (de frente)	301

• Rebatimento de planos verticais para o Plano Horizontal de Projeção	302
• Rebatimento de planos verticais para um plano horizontal (de nível)	305
• Rebatimento de planos de topo	306
• Exercícios	308
9.4.3 Rebatimento de planos de perfil	308
• Rebatimento de um plano de perfil	308
• Reta de perfil	311
• Rebatimento de reta de perfil	311
• Projeção de pontos pertencentes a uma reta (pelo rebatimento da reta de perfil)	311
• Pontos notáveis de uma reta de perfil	314
• Exercícios	316
• Pontos simétricos em relação ao eixo X	317
• Exercícios	318
• Exercícios Globais	318

10 REPRESENTAÇÃO DE FIGURAS PLANAS II

10.1 Projeção de figuras planas contidas em planos projetantes não paralelos a qualquer dos planos de projecção	320
10.2 Polígonos	320
• Processo da mudança do diedro de projecção	320
• Processo do rebatimento	322
• Exercícios	325
10.3 Círculo	325
• Exercícios	328
• Exercícios Globais	328

11 REPRESENTAÇÃO DE SÓLIDOS II

11.1 Projeção de pirâmides/prismas regulares, com bases contidas em planos projetantes não paralelos aos planos de projecção	330
11.2 Projeção de sólidos com bases contidas em planos verticais	330
• Exercícios	332
11.3 Projeção de sólidos com bases contidas em planos de topo	333
• Exercícios	335
11.4 Projeção de sólidos com bases de perfil	335
• Exercícios	337
• Exercícios Globais	338

12 INTERSECÇÃO DE RETA DE PERFIL COM PLANOS

12.1 Generalidades	340
12.2 Intersecção de uma reta de perfil com um plano projetante	340
• Exercícios	341
12.3 Intersecção de uma reta de perfil com um plano não projetante	342
• Exercícios	343
• Exercícios Globais	344

BIBLIOGRAFIA	344
---------------------------	-----